<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td>Área: Matemáticas</td><td>Asignatura(s): Matemáticas – Lúdica</td></tr>
<tr><td colspan="2">Docente(s): Edmanuel Rojas - Alicia Herrera – Julio Cesar Galvis</td></tr>
<tr><td colspan="2">DBA 5. Utiliza y explica diferentes estrategias para encontrar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas en las matemáticas y en otras ciencias.
DBA 7. Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales.</td></tr>
</table>

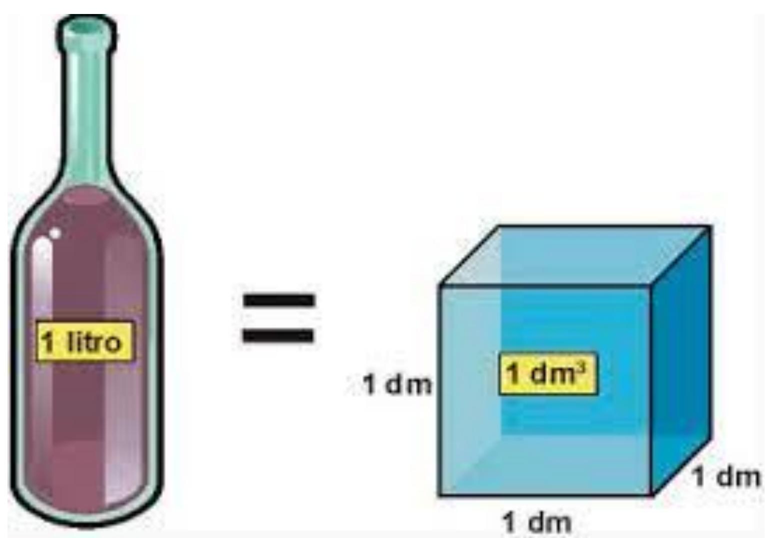
ACTIVIDAD 1 (Alistamiento): Realiza la siguiente lectura tomada de un texto escolar y la actividad práctica propuesta:

La materia ocupa un lugar en el espacio, el cual se mide en tres dimensiones. Este espacio tridimensional ocupado por una cantidad de materia se conoce como **volumen.** Un simple grano de arena tiene volumen, lo mismo que una manzana, un ladrillo, una persona, una montaña y un planeta. También el aire y cualquier gas ocupan volumen. Cuando se respira, se inhala aire y a medida que se llenan los pulmones, se siente y se ve cómo el volumen del pecho aumenta.

La unidad del Sistema Internacional de Unidades para medir el volumen es el metro cúbico (m3). Un metro cúbico es el espacio ocupado por una caja de un metro de largo, por un metro de ancho, por un metro de alto (1 m x 1 m x 1 m). Para medir volúmenes más pequeños resulta conveniente usar el centímetro cúbico (cm3) que es 1/1 000 000 m3 y equivale a un mililitro. Utilizando el principio de Arquímedes[1], tomar 5 objetos como una fruta, una roca, frascos llenos, pequeños objetos en forma de bloques, etc. y medir su volumen con una jarra o balde que tenga graduación, como por ejemplo la jarra del jugo. Registra sus valores con unidades de medida en una tabla y toma evidencia fotográfica de la medición realizada.

ACTIVIDAD 2 (indagación): Contestar concienzudamente las siguientes preguntas en el cuaderno y apoyados en la información consultada de diferentes fuentes.

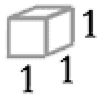
¿Cuáles
¿Cómo estimar el volumen de prismas y cilindros?
¿Cómo calcular el volumen de prismas y cilindros?
¿Cómo estimar el área de prismas y cilindros?
¿Cómo calcular el área de prismas y cilindros?
¿Qué aplicaciones tiene el cálculo del volumen y área de prismas y cilindros?
¿Qué es y cómo se verifica el teorema de Pitágoras?
¿Qué aplicaciones tiene el teorema de Pitágoras?
¿Qué son las transformaciones isométricas?
¿Qué aplicaciones tienen las transformaciones isométricas?



[1] Ver en https://www.youtube.com/watch?v=JxrwpyywpOs

Definición de volumen **V = suma de todos los cubos unitarios**

De manera práctica, el volumen de una figura no es más que la suma de todos los cubos unitarios de un cuerpo sólido. Esta definición de volumen se basa en el concepto del cubo unitario.



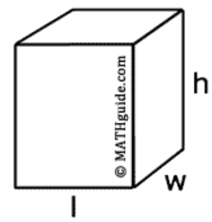
Cubo de unidad

Una unidad de cubo puede ser de 1 m x 1 m x 1 m ó 1 cm x 1 cm x 1 cm ó un cubo por alguna otra unidad.

Volumen de prismas **V = Bh = lwh**

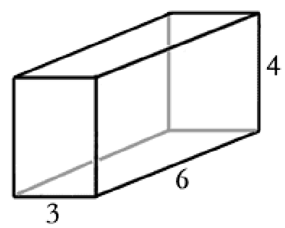
Echemos un vistazo a un dibujo de un prisma real. Un diagrama nos ayudará a comprender qué significa realmente volumen y cómo se calcula el volumen.

Prisma general

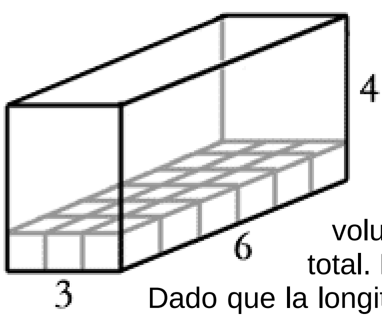


Aquí hay un prisma que tiene una longitud de 3 unidades, un ancho de 6 unidades y una altura de 4 unidades.

Prisma específico



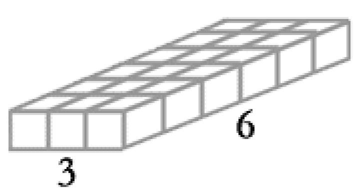
Para entender qué significa volumen, comencemos por llenar la parte inferior del prisma con unidades de cubos.



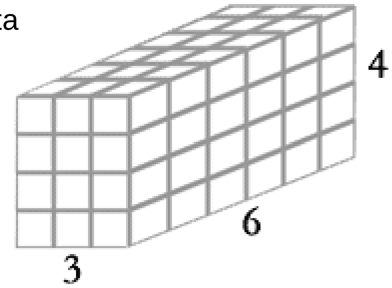
Esto significa que la parte inferior del prisma actuará como una caja y contendrá tantos cubos como sea posible sin apilarlos uno encima del otro. Así es como se vería.

El diagrama anterior aún no representa el volumen total. Solo representa un volumen parcial, pero necesitamos contar estos cubos para llegar al volumen total. Podríamos contarlos uno a la vez o podríamos usar un atajo. Dado que la longitud es de 3 unidades y el ancho es de 6 unidades, la capa inferior de cubos mide filas y columnas de 3 unidades por 6 unidades.

Entonces, una forma rápida de contar los bloques sería multiplicar 3 por 6. En general, multiplicaríamos la longitud del prisma por su ancho. Multiplicando los números, llegamos a 18 cubos que descansan sobre la base del prisma. Si imaginamos el prisma como un edificio, podríamos apilar cubos uno encima del otro hasta que el prisma esté completamente lleno.



Se llenaría de modo que todos los cubos se toquen entre sí de modo que no exista ningún espacio entre los cubos. Se vería así.



Para contar todos los cubos de arriba, podríamos usar otro atajo. Ya sabemos que hay 18 cubos en el nivel inferior y todos los niveles contienen el número exacto de cubos. Por lo tanto, solo necesitamos tomar ese total inferior de 18 y multiplicarlo por 4 porque hay cuatro niveles en el prisma. 18 x 4 = 72 cubos en total para nuestro prisma original.

Si revisamos nuestros cálculos, encontramos que la capa inferior total de cubos se encontró multiplicando la longitud del prisma por su ancho. Luego, tomamos el resultado y lo multiplicamos por la altura del prisma. Entonces, el volumen de un prisma es su longitud por su ancho por su altura. A veces, los geómetras se refieren al volumen como el área del fondo multiplicado por la altura. Simbólicamente, está escrito como V = Bh, donde B representa el área de la base del sólido (parte inferior).

Para comprender las unidades de nuestra respuesta, podríamos pensar en términos de álgebra. Sabemos que x por x por x es x^3; de manera similar, unidades x unidades x unidades = unidades ^{3}. Entonces, si tuviéramos que encontrar el volumen de nuestro cubo original, todo lo que tenemos que hacer es multiplicar 3 unidades x 6 unidades x 4 unidades para obtener 72 unidades ^{3} o 72 cubos.

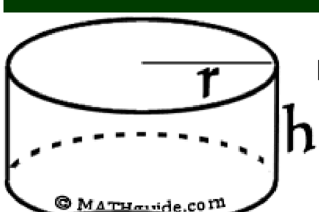
Ejemplo 1 : Si l = 7 m y w = 5 m y h = 2 m, entonces el volumen sería ...

V = Bh
V = lwh
V = (7 m) (5 m) (2 m)
V = 70 m ^{3}

Ejemplo 2 : Si l = 12 cm y w = 10 cm y h = 1/2 cm, entonces el volumen sería ...

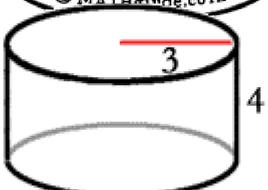
V = Bh
V = lwh
V = (12 cm) (10 cm) (1/2 cm)
V = 60 cm ^{3}

Volumen de cilindros $V = Bh = \pi r^2 h$



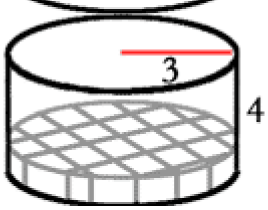
El proceso para comprender y calcular el volumen de los cilindros es idéntico al de los prismas , aunque los cilindros son curvos. Aquí hay un cilindro general.

Cilindro general



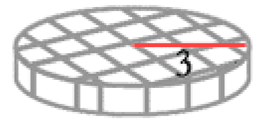
Comencemos con un cilindro de 3 unidades de radio y 4 unidades de altura.

Llenamos la parte inferior del cilindro con cubos unitarios. Esto significa que la parte inferior del prisma actuará como un contenedor y contendrá tantos cubos como sea posible sin apilarlos uno encima del otro.



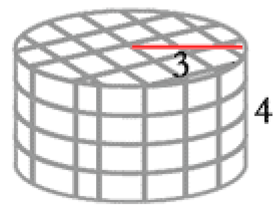
Así es como se vería.

El diagrama de arriba tiene un aspecto extraño porque estamos tratando de apilar cubos dentro de un espacio curvo. Algunos cubos tienen que afeitarse para que quepan dentro. Además, los cubos aún no representan el volumen total. Solo representa un volumen parcial, pero necesitamos contar estos cubos para llegar al volumen total. Para contar estos cubos completos y parciales, usaremos la fórmula para el área del círculo.



El radio de la base circular (abajo) es de 3 unidades y la fórmula para el área de un círculo es $A = \pi r^2$. Entonces, el número de cubos es $(3.14)(3)^2 = (3.14)(9)$, que a la décima más cercana es igual a 28.3

Si imaginamos el cilindro como un edificio (como hicimos con los prismas), podríamos apilar cubos uno encima del otro hasta que el cilindro esté completamente lleno. Se llenaría de modo que todos los cubos se toquen entre sí de modo que no exista ningún espacio entre los cubos. Se vería así.



Para contar todos los cubos de arriba, usaremos la consistencia del sólido a nuestro favor. Ya sabemos que hay 28,3 cubos en el nivel inferior y todos los niveles contienen el número exacto de cubos. Por lo tanto, solo necesitamos tomar ese total inferior de 28,3 y multiplicarlo por 4 porque hay cuatro niveles en el cilindro. 28,3 x 4 = 113,2 cubos totales para nuestro cilindro original.

Si revisamos nuestros cálculos, encontramos que la capa inferior total de cubos se encontró usando el área de un círculo, πr^2. Luego, tomamos el resultado y lo multiplicamos por la altura del cilindro. Entonces, el volumen de un cilindro es π por el cuadrado de su radio por su altura. A veces, los geómetras se refieren al volumen como el área del fondo multiplicado por la altura. Simbólicamente, está escrito como V = Bh, donde B representa el área de la base del sólido (parte inferior).

Ejemplo 1 : Si r = 5 cm y h = 6 cm, entonces el volumen sería ...

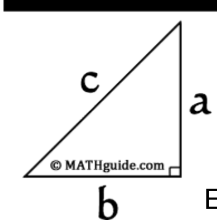
$V = Bh$
$V = \pi r^2 h$
$V = (3{,}14159)(5)^2(6)$
$V = 471{,}2385 \text{ cm}^3$
$V = 471{,}2 \text{ cm}^3$ (redondeado a la décima más cercana)

Ejemplo 2 : Si r = 12 pies y h = 2 pies, entonces el volumen sería ...

$V = Bh$
$V = \pi r^2 h$
$V = (3{,}14159)(12)^2(2)$
$V = 904{,}77792 \text{ pies}^3$
$V = 904{,}8 \text{ pies}^3$ (redondeado a la décima más cercana)

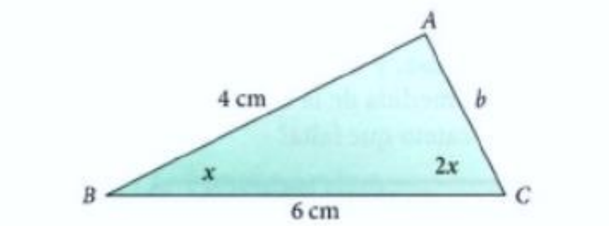
Ecuación de Pitágoras (Teorema de Pitágoras)

$a^2+b^2=c^2$



El Teorema de Pitágoras es una relación matemática entre los lados de un triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es cualquier triángulo que tiene un ángulo interno recto. Pitágoras dijo que si la longitud de los catetos (lado más pequeño) se eleva al cuadrado y se encuentra su suma, la suma será igual al cuadrado de la hipotenusa (lado más largo). Hablando algebraicamente, la relación aparece en la imagen de la izquierda.

Ejemplo de uso del teorema de Pitágoras para calcular el valor del lado b de la figura



Se toma la expresión que indica la relación pitagórica.

$c^2 = a^2 + b^2$ — *Se remplazan los valores de la hipotenusa y del cateto conocido.*

$6^2 = 4^2 + b^2$ — *Se hallan los cuadrados de cada uno de los términos.*

$36 = 16 + b^2$

$b^2 = 36 - 16$ — *Se despeja b.*

$b = \sqrt{20}$ — *Se realizan las operaciones.*

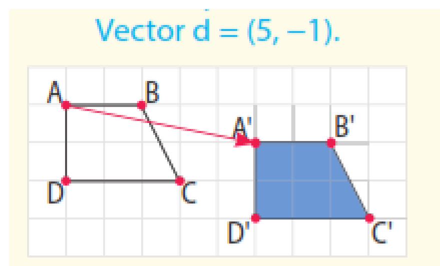
$b = 2\sqrt{5}$ — *Se simplifica el resultado.*

Transformaciones Isométricas

Una **traslación es una transformación isométrica** definida por **un vector $\vec{v}$** que asigna a cada punto P un punto P', tal que:

$$P' = P + \vec{v}$$

Para trasladar una figura 2D basta con trasladar cada uno de sus vértices según el vector $\vec{v}$ y luego unirlos. La figura resultante es congruente con la figura original.

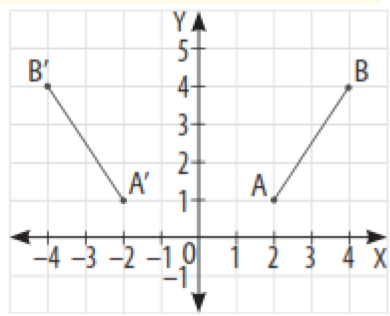


Una **reflexión es una transformación isométrica** que se puede definir respecto de una recta llamada eje de simetría, de manera que:

- La distancia de un punto P de la figura original al eje de simetría, es igual a la distancia del punto P' de la figura resultante al eje de simetría.
- El segmento que une un punto P de la figura original con el punto P' de la figura resultante, es perpendicular al eje de simetría.

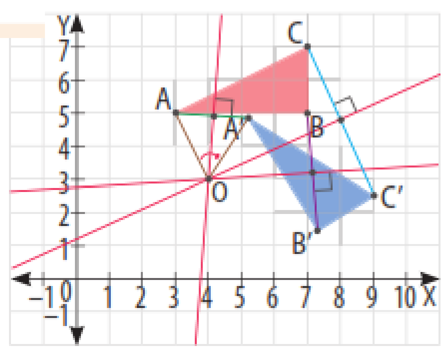
Para **reflejar un punto con respecto a los ejes X e Y**, se puede usar la siguiente regla:

- Reflexión respecto del eje X: (x, y) → (x, −y)
- Reflexión respecto del eje Y: (x, y) → (−x, y)



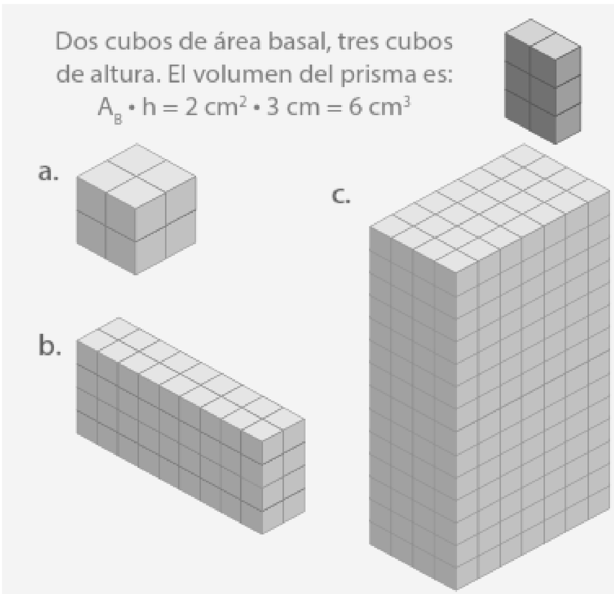
Una **rotación es una transformación isométrica** que mueve los puntos de una figura 2D a lo largo de un arco de circunferencia. Una rotación está definida por un **centro de rotación** y un **ángulo de rotación**.

Una rotación en 180° también es llamada **reflexión respecto a un punto**.

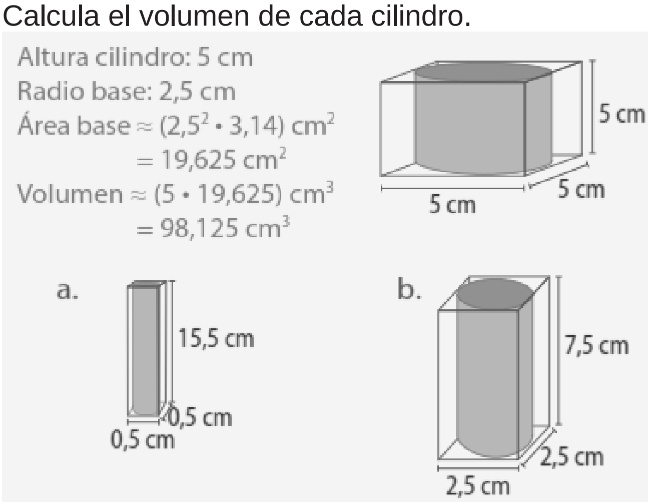


Actividades de Aplicación

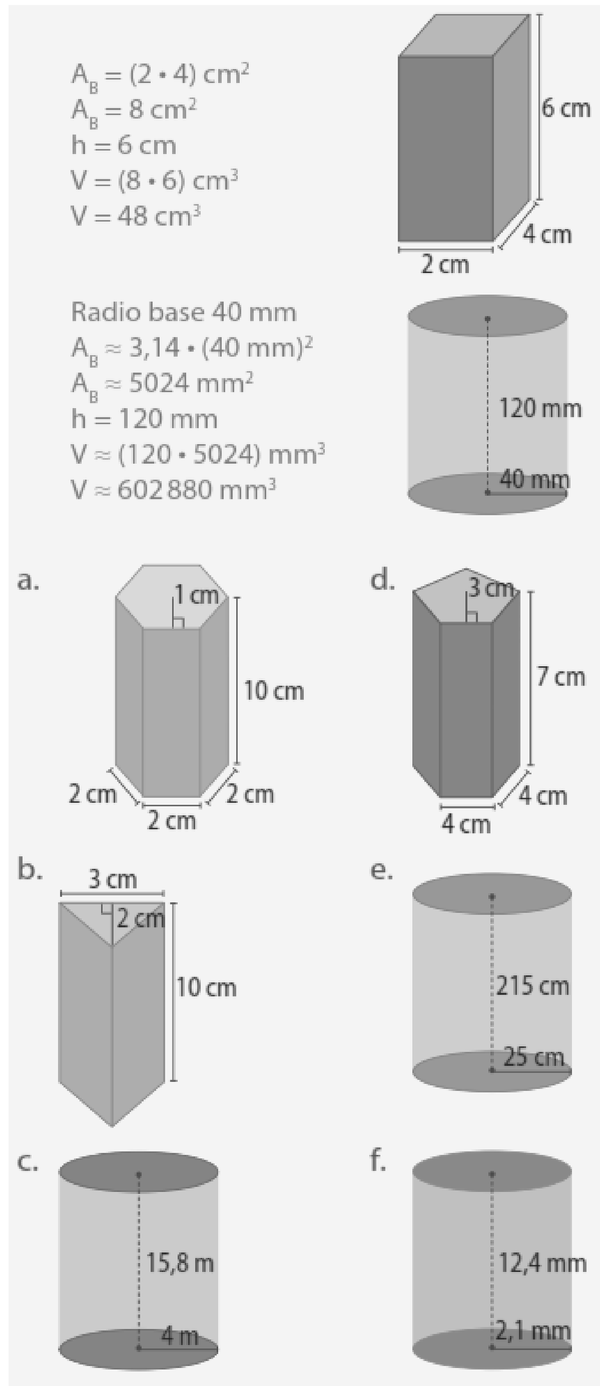
1. Calcula el volumen de los prismas, considerando que el volumen de cada cubo es 1 cm^3



2. Calcula el volumen de cada cilindro.



3. Calcula el volumen de cada prisma y cilindro.



4. Calcula la medida que falta en cada caso. Considera que a y b son las medidas de los catetos y c la de la hipotenusa.

5. Analiza las transformaciones aplicadas a las figuras originales y usa GeoGebra para determinar las coordenadas de los vértices de las figuras resultantes.
   a. Traslación de un triángulo de vértices A(1, 3), B(2, 1) y C(3, 4) según el vector $\vec{r} = (1, 5)$.
   b. Reflexión del hexágono de vértices O(–5, 3), P(–5, 1), Q(–3, 1), R(–3, 2), S(–2, 2) y T(–2, 3) respecto a la recta de ecuación y = x + 1.
   c. Rotación de un cuadrado de vértices D(5, 1), E(8, 1), F(8, 4) y G(5, 4) en un ángulo de 30° con centro en el punto (2, 1).

b = 30 cm y c = 34 cm, reemplazando en la expresión $\sqrt{c^2 - b^2} = a$, se obtiene:

$$\sqrt{34^2 - 30^2} = a$$
$$\sqrt{1156 - 900} = a$$
$$\sqrt{256} = a$$
$$16 = a$$

Entonces a = 16 cm.

a. b = 24 cm y c = 26 cm.

b. a = 24 mm y c = 40 mm.

c. a = 12 m y b = 9 m.

d. a = 36 m y c = 60 m.

e. a = 18 cm y b = 24 cm.

f. a = 16 mm y b = 12 mm.

ACTIVIDAD PRÄCTICA (evidenciar con fotos-Educación ambiental):

¿Cree que es un error duplicar la arista de un relleno sanitario cubico para duplicar su volumen? Construya un cubo con material reciclable y luego construya un segundo cubo cuya arista mida el doble de la arista del primero.

¿Parece tener el segundo cubo el doble de volumen que el primero?

Escriba una conclusión.

¿Cómo duplicaría el volumen de un cubo? Proponga un procedimiento

Complementariamente a las actividades anteriores, en esta oportunidad, va a Ingresar en www.edmanuelrojasvillamizar.jimdofree.com y responder el cuestionario, para evidenciar lo interiorizado por el estudiante sobre el DBA abordado en este cuadernillo. Igualmente debe subir sus evidencias al email erojas460@unab.edu.co o a la plataforma COLMESUR. Recuerde que los profesores siempre estamos atentos a oír sus inquietudes y a brindar orientación por los medios de comunicación que sean posibles.

Rúbrica de evaluación

Aspecto	Desempeño superior	Desempeño alto	Desempeño básico	Desempeño bajo
Horario	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, y dio total cumplimiento al mismo teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, cumpliendo con la mayoría de ellos	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante no diseñó ni ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa.

		teniendo en cuenta sus objetivos.		
Autonomía en el trabajo.	El estudiante mantuvo una excelente actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir un aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente al desarrollo de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante no mantuvo una actitud de responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que no le permitió adquirir un aprendizaje significativo.
Cumplimiento	El estudiante cumplió con el total de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con la mayoría de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con algunas de las actividades propuestas en la presente cartilla.	El estudiante no cumplió con las actividades propuestas en la presente cartilla.
Disposición frente al aprendizaje	El estudiante mantuvo una actitud positiva y comprometida frente el aprendizaje agotando los recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje utilizando algunos recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje para la adquisición del conocimiento.	El estudiante debe mejorar su actitud frente el aprendizaje agotando los recursos con los que cuenta en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.
Nuevo aprendizaje o competencia	El estudiante ha desarrollado la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante entiende y se esfuerza por la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante es motivado a la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante ha demostrado la no comprensión del nuevo conocimiento